



زمان آزمون : ۱۵ دقیقه

شماره پشتیبانی تلگرام : ۰۹۰۳-۴۲۶-۱۹۹۶

آکادمی دکتر اکبری Akbari.ir

نوع آزمون : تشریحی

پایه : دوازدهم انسانی

درس : ریاضی و آمار

فصل : اول

۱ با حروف کلمه «دانش‌پژوه» یک واژه شش حرفی با حروف متمایز می‌سازیم. با کدام احتمال، واژه ساخته شده به حروف نقطه‌دار ختم می‌شود؟

۲ از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است، ۳ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:
الف) هر سه سیب سالم باشند.
ب) ۲ سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.

۳ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵:
الف) چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟
ب) چند عدد سه رقمی زوج می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

۴ درستی یا نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص کنید.
الف) روی محیط یک دایره ۱۰ نقطه وجود دارد. با این ۱۰ نقطه، تعداد ۴۵ وتر می‌توان تشکیل داد.
ب) در پرتاب دو تاس، احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده، مساوی ۷ شود، برابر با $\frac{1}{7}$ است.
پ) اگر داده دور افتاده داشته باشیم، میانگین و انحراف معیار، معیارهای مناسبی برای توصیف داده‌ها خواهند بود.
ت) احتمال این‌که مینا فردا امتحان نداشته باشد، برابر با $\frac{3}{5}$ است. در این صورت احتمال اینکه مینا فردا امتحان داشته باشد، $\frac{4}{5}$ است.

۵ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.
الف) حاصل $\frac{8!}{4!}$ برابر ۲! است.
ب) احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است.
پ) در دنباله $a_{n+1} = a_n + 3$ ، اگر جمله پنجم ۱۷ باشد، جمله ششم آن ۲۳ است.
ت) نمایش $\sqrt[3]{-7}$ را به صورت $(-7)^{\frac{1}{3}}$ می‌توان نوشت.

۶

جدول زیر نشان‌دهنده‌ی تعداد تصادف خودروها و سرعت حرکت آن‌ها در زمان تصادف است.

(کیلومتر در ساعت) سرعت	۰-۱۰	۱۰-۲۰	۲۰-۳۰	۳۰-۴۰	۴۰-۵۰	۵۰-۶۰	۶۰-۷۰	۷۰-۸۰	۸۰-۹۰	۹۰-۱۰۰	۱۰۰-۱۱۰	۱۱۰-۱۲۰
تعداد خودروهای تصادف کرده	۴۰	۱۳۰	۲۱۰	۲۵۰	۲۵۰	۲۴۰	۱۵۰	۷۰	۴۰	۲۰	۲۰	۱۰

همان‌طور که دیده می‌شود، تعداد تصادف خودروهایی که سرعتشان بیش از ۹۰ کیلومتر در ساعت بوده، کم‌تر است.

پس: «هر چه سریع‌تر بروید، مطمئن‌تر و امن‌تر است.»

نتیجه‌گیری بالا چه اشکالی دارد؟ چرا این تصور ایجاد شده است؟

۷

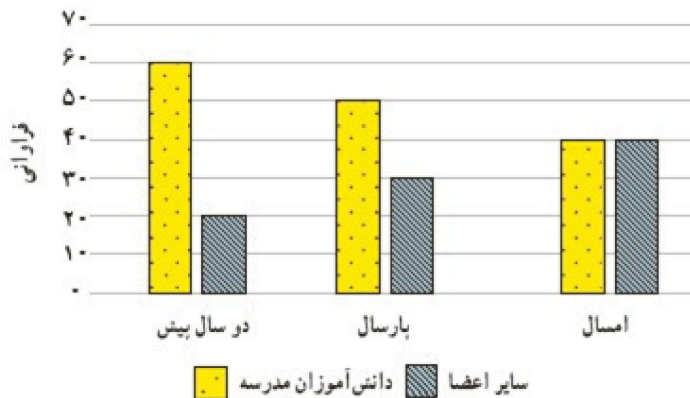
مدرسه‌ای برای ترویج فرهنگ کتاب‌خوانی، از دو سال پیش به غیر از دانش‌آموزان مدرسه، از خارج از مدرسه نیز عضو می‌پذیرد. نمودار میله‌ای زیر نشان‌دهنده‌ی روند تغییرات فراوانی اعضای جدید کتابخانه در دو گروه مذکور است.

الف) سال گذشته چند نفر از خارج مدرسه عضو کتابخانه شده‌اند؟

ب) با توجه به روند این تغییرات، پیش‌بینی می‌کنید سال آینده چه تعداد از دانش‌آموزان این مدرسه عضو کتابخانه شوند؟

پ) با استفاده از نمودارهای میله‌ای داده شده، برای هریک از این سه سال یک نمودار دایره‌ای جداگانه رسم کنید.

ت) به نظر شما چه عواملی موجب این روند تغییرات شده است؟



۸

در یک نظرسنجی، از ۱۵ دانش‌آموز علوم انسانی پایه‌ی یازدهم یک مدرسه پرسیده‌ایم که به نظر آن‌ها چند ساعت آموزشی در ماه برای برگزاری جلسات نقد کتاب یا فیلم مناسب است. داده‌های گردآوری شده به این شرح است:

۱۶ ۱۵ ۱۲ ۱۰ ۱۲ ۱۳ ۶ ۴ ۰ ۲۰ ۱۸ ۲۲ ۲۰ ۱۴ ۱۲

الف) این داده‌ها را طوری تغییر دهید که میانگین و انحراف معیار بیشتر شود اما میانه و چارک اول و چارک سوم تغییر نکند.

ب) فرض کنید می‌خواهیم دو نفر دیگر به این نمونه اضافه کنیم. داده‌های این دو نفر را طوری انتخاب کنید که میانگین و میانه تغییر نکند.

۹

با توجه به تأثیر شیوه‌های مختلف حمل و نقل بر محیط زیست، می‌خواهیم در یک کلاس ۲۸ نفره با انتخاب تصادفی ۹ نفر از دانش‌آموزان، از آن‌ها بپرسیم در هفته‌ی گذشته، بیش‌تر به کدام‌یک از شیوه‌های زیر به مدرسه آمده‌اند؟

۱- پیاده یا با دوچرخه

۲- با وسایل حمل و نقل عمومی

۳- با سرویس مدرسه یا خودروی شخصی

الف) در این مطالعه، جامعه‌ی آماری، نمونه‌ی آماری، اندازه‌ی جامعه و اندازه‌ی نمونه را مشخص کنید.

ب) داده‌های این مطالعه را با چه روشی می‌توان گردآوری کرد؟ چه مشکلاتی ممکن است در گردآوری این داده‌ها رخ دهد؟

پ) متغیر تصادفی مورد بررسی این مطالعه چیست؟ نوع متغیر (کمی / کیفی) و مقیاس اندازه‌گیری (فاصله‌ای / نسبی - اسمی / ترتیبی) آن را مشخص کنید.

ت) چه نمودارها و آماره‌هایی برای گزارش نتایج این مطالعه مناسب‌اند؟

ث) آیا می‌توانیم این نتایج را به شیوه‌ی رفت و آمد دانش‌آموزان این کلاس در کل سال تحصیلی تعمیم دهیم (مثلاً به فصل‌های مختلف یا زمان برگزاری آزمون‌های پایان نیم‌سال)؟ توضیح دهید.

ج) اگر ۹ نفر دیگر از این کلاس را به طور تصادفی انتخاب می‌کردیم، آیا دقیقاً همین نتایج حاصل می‌شد یا امکان داشت حداقل نتایج کمی تغییر کند؟ توضیح دهید.

۱۰

به نظر می‌رسد کودکانی که زبان مادری‌شان فارسی نیست، در دوره‌ی دبستان مشکلات بیش‌تری برای یادگیری مفاهیم درسی دارند. با انتخاب یک جامعه‌ی آماری محدود (از نظر پایه‌ی تحصیلی، جنسیت، منطقه، زبان مادری و ...) و

انتخاب متغیر مناسب، این مسئله را به صورت دقیق و شفاف بیان کنید.

$$p(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{2}$$

۱

$$\text{الف) } n(S) = \binom{13}{3} = \frac{13!}{3! \times 10!} = 286$$

۲

$$n(A) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{84}{286} = \frac{42}{143}$$

$$\text{ب) } n(B) = \binom{9}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{9!}{2! \times 7!} \times \frac{4!}{1! \times 3!} = 36 \times 4 = 144 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{144}{286} = \frac{72}{143}$$

$$\text{الف) } 4 \times 4 \times 3 = 48$$

۳

$$\text{ب) } 5 \times 6 \times 3 = 90$$

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!} = 45$$

الف) درست

۴

ب) نادرست

$$A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\} \Rightarrow n(A) = 6, n(S) = 36 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$$

پ) نادرست (هرگاه داده دورافتاده داشته باشیم: معیارهای مناسب ← میانه و دامنه میان‌چارگی)

$$P(A) = \frac{3}{5} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0.4$$

ت) درست

ت) درست

پ) نادرست

ب) درست

الف) نادرست

۵

(ص ۵ و ۱۹ و ۵۴ و ۹۳)

این نتیجه‌گیری صحیح نیست. زیرا نمی‌دانیم که در هر سرعت چند خودرو با آن سرعت حرکت کرده است. مثلاً اگر ۱۰ خودرو با سرعت بین ۱۱۰ تا ۱۲۰ حرکت کرده باشند، این نتایج نشان می‌دهد که صد در صد آنها تصادف داشته‌اند. برای تحلیل صحیح داده‌ها نباید فراوانی گزارش شود بلکه باید نسبت تعداد تصادف‌های هر دسته به تعداد خودروهایی که با سرعت آن دسته حرکت می‌کرده‌اند، گزارش شود که این اطلاعات در این مسئله موجود نیست. به بیان دیگر، اشکال این نتیجه‌گیری این است که تعداد کم‌تری از رانندگان خودروها ممکن است با سرعت ۸۰ به بالا رانندگی کنند که این مورد در نظر گرفته نشده است. از طرفی تعداد کل، جهت مقایسه‌ی بهتر نیز در اختیار نیست.

۶

۷

الف) ۳۰ نفر

ب) ۳۰ نفر (روند نزولی دارد و هر سال ۱۰ نفر کم شده)

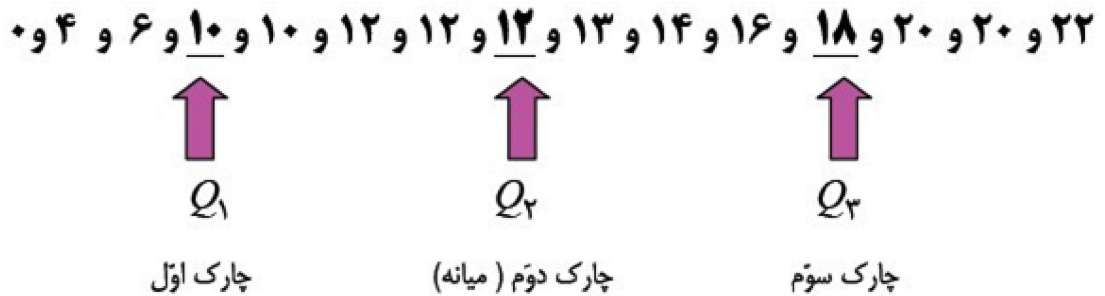
پ)



ت) عواملی مانند مدیریت، تبلیغات، اوقات فراغت، هزینه، تناسب کتابهای موجود با سن اعضا و ... ممکن است اثرگذار باشند. می توان احتمالات زیر را در نظر گرفت: شلوغی فضای کتابخانه با افرادی ناآشنا - تمایل کتابخانه به ثبت نام افراد خارج از مدرسه به دلیل حق عضویت بیشتر با کمکهای آنها به کتابخانه - به مرور زمان با افزایش اعضای خارج از مدرسه، کتابها از سلیق دانش آموزان دور شده باشد.

۸

ابتدا دادهها را مرتب می کنیم:



الف) اگر داده‌ی آخر (۲۲) را به یک داده دور افتاده (مثلاً ۵۰) تغییر دهیم، میانگین و انحراف معیار تغییر می کنند، اما میانه و چارکها تغییر نمی کنند.

ب) جمع کل دادهها برابر ۱۸۹ و میانگین آنها $۱۲/۶$ می باشد. لذا با توجه به مفهوم مرکز ثقل برای میانگین، اگر دو عدد با فاصله‌های برابر از میانگین (یکی کمتر و دیگری بیشتر از میانگین) به دادهها اضافه شود میانگین تغییر نخواهد کرد. اگر بخواهیم میانه نیز تغییر نکند، نباید عددی بین میانه (۱۲) و میانگین قرار گیرد. بدین ترتیب چون وسط بودن میانه حفظ شده است، لذا با این عمل میانه نیز ثابت می ماند.

پس می توان دو داده طوری اضافه کرد که مثلاً ۳ واحد بیشتر و ۳ واحد کمتر از میانگین باشند ($۱۲/۶$ و $۹/۶$).

جامعه‌ی آماری	تمامی دانش‌آموزان کلاس
نمونه‌ی آماری	۹ دانش‌آموزی که به تصادف انتخاب شده‌اند
اندازه‌ی جامعه	۲۸ نفر
اندازه‌ی نمونه	۹ نفر

الف) ۹

ب) با طراحی یک پرسش‌نامه می‌توان داده‌ها را گردآوری کرد. / مثلاً ممکن است برخی از دانش‌آموزان پیاده به مدرسه بیایند ولی با اتوبوس برگردند. قبل از طراحی پرسش‌نامه و گردآوری داده‌ها باید به این مسائل فکر کرد و پرسش‌نامه را به گونه‌ای طراحی کرد که تا جای ممکن از بروز خط جلوگیری کند.

پ) شیوه‌ی رفتن به مدرسه (شیوه‌ی حمل و نقل) / کیفی / ترتیبی (با توجه به اینکه شیوه‌های حمل و نقل در این مسئله براساس تأثیر آنها بر محیط زیست طبقه‌بندی شده‌اند یعنی از سازگارترین با محیط زیست تا زیان‌بارترین برای محیط زیست پس متغیر کیفی ترتیبی است.)

ت) می‌توانیم از نمودار دایره‌ای یا میله‌ای و از تعداد و درصد برای گزارش نتایج استفاده کنیم.

ث) خیر - چون ممکن است شیوه رفت و آمد دانش‌آموزان در فصل‌های مختلف یا در ایام امتحانات تغییر کند.

ج) خیر - ممکن است نتایج تغییر کنند.

یادآوری: پارامتر جامعه (تعداد و درصد در کل کلاس) مقدار ثابتی است ولی آماره نمونه (تعداد و درصد افرادی که در نمونه قرار گرفته‌اند) متأثر از نمونه‌گیری است و تغییر می‌کند.

مقایسه معدل نیم‌سال اول دانش‌آموزان دختر کُردزبان پایه اول دبستان مدرسه‌ای در سنج با مدرسه‌ای مشابه در شهری مشابه از نظر اجتماعی - اقتصادی با گویش فارسی یا با متوسط معدل دانش‌آموزان دختر پایه اول کل کشور

۱۰

