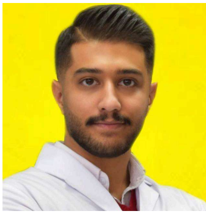


نوع آزمون : تشریحی

پایه : یازدهم ریاضی

درس : هندسه

فصل : اول

زمان آزمون : ۱۵دقیقه

شماره پشتیبانی تلگرام : ۰۹۰۳-۴۲۶-۱۹۹۶

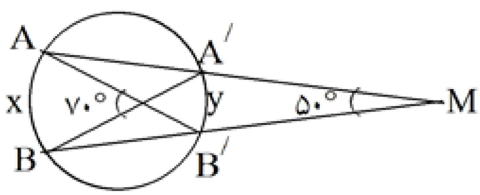
آکادمی دکتر اکبری Akbari۱.ir

۱) از نقطه‌ی P در خارج دایره‌ای مماس PA به طول $۱۰\sqrt{۳}$ را بر آن رسم کرده‌ایم (A روی دایره است). هم‌چنین خطی از P گذرانده‌ایم که دایره را در دو نقطه‌ی B و C قطع کرده است و $BC = ۲۰$. طول‌های PB و PC را به دست آورید.

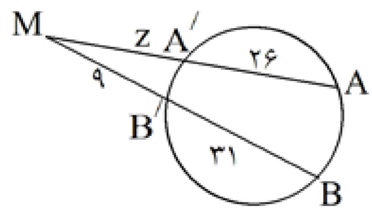
۲) دایره ی $C\left(O, R\right)$ و نقطه‌ی M واقع در خارج این دایره داده شده‌اند، از نقطه‌ی M بر این دایره دو مماس رسم کنید. (مراحل رسم را تو ضیح دهید.)

۳) در شکل‌های زیر x و y و z را به دست آورید.

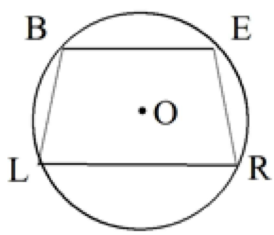
الف)



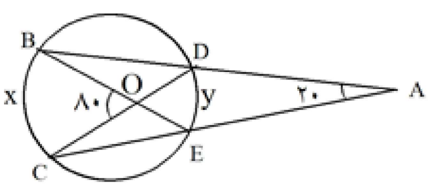
ب)



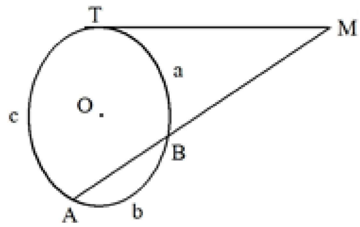
۴) در دایره‌ی (O)، $BL = ER$. نشان دهید $BE \parallel LR$.



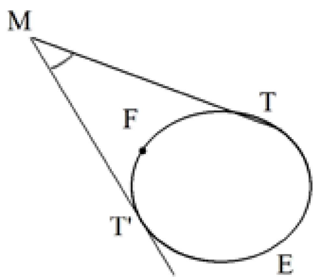
۵) در هرکدام از شکل‌های زیر x و y را بیابید.



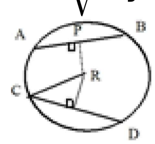
۶ خط مماس بر دایره در نقطه‌ی T و امتداد وتر AB در نقطه‌ی M متقاطعند. با فرض $\widehat{\mathrm{TB}} = a$، $\widehat{\mathrm{BA}} = b$ و $\widehat{\mathrm{AT}} = c$:
تعیین کنید:
a را در صورتی که $c = ۲۰۰^\circ$ و $\widehat{M} = ۴۵^\circ$ باشد.



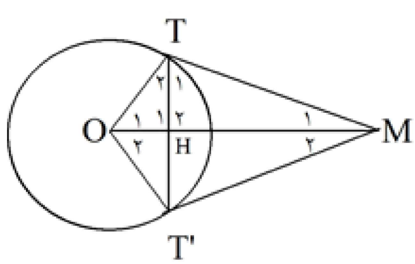
۷ ثابت کنید زاویه‌ی بین دو خط مماس رسم شده از دو نقطه‌ی T و 'T بر یک دایره، برابر قدرمطلق نصف تفاضل دو کمان ایجاد شده بین نقطه‌های T و 'T است.
راهنمایی: در شکل داده شده ثابت کنید: $\widehat{\mathrm{TMT'}} = \left|\dfrac{\widehat{\mathrm{TET'}} - \widehat{\mathrm{TFT'}}}{۲}\right|$



۸ با توجه به شکل روبه‌رو، اگر $\mathrm{RC} = \sqrt{۲}$ و $\mathrm{CQ} = \mathrm{RQ}$، آنگاه طول پاره‌خطهای CQ، $\mathrm{DQ'}$ و CD را به دست آورید.

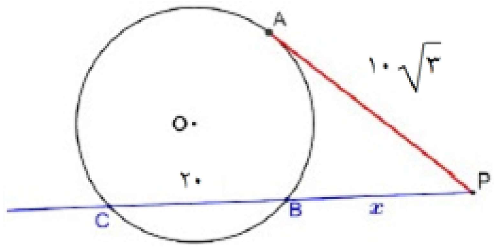


۹ دو خط MT و 'MT در نقطه‌های T و 'T بر دایره‌ی C(O,R) مماسند. H نقطه‌ی برخورد وتر 'TT با خط OM است. ثابت کنید.
الف) خط OM نیمساز زاویه‌های 'TMT و 'TOT است.
ب) خط OM عمودمنصف پاره‌خط 'TT است.
پ) $\mathrm{OH}.\,\mathrm{OM} = R^۲$



۱۰ طول ضلع هشت‌ضلعی منتظمی که در این دایره محاط می‌شود را محاسبه کنید.

۱



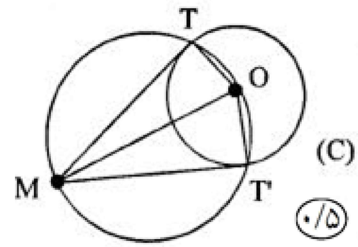
$$PA^{۲} = PB.PC \to (۱۰\sqrt{۳})^{۲} = x(x+۲۰)$$

$$\Rightarrow x^{۲}+۲x-۳۰۰=۰ \Rightarrow (x-۱۰)(x+۳۰)=۰$$

$$\Rightarrow x=۱۰ \ , \ x=-۳۰$$ غ ق ق

$$\Rightarrow PB=۱۰ \ , \ PC=۳۰$$

۲ نقطه‌ی M را به O مرکز دایره‌ی (C) وصل کرده، دایره‌ی به قطر OM را رسم می‌کنیم. تا دایره‌ی (C) را در نقاط T و T' قطع کند. زاویه‌های $O\widehat{T}M = O\widehat{T'}M = ۹۰^\circ$ ۰/۲۵ زیرا زاویه‌های محاطی و روبه‌رو قطر هستند ۰/۲۵ پس در نتیجه MT در نقطه‌ی T و MT' در نقطه‌ی T بر دایره‌ی (C) مماسند. ۰/۲۵



رسم شکل ۰/۵

۳ الف) $\widehat{N} = \frac{x+y}{۲} = ۷۰$ ۰/۲۵, $\widehat{M} = \frac{x-y}{۲} = ۵۰$ ۰/۲۵

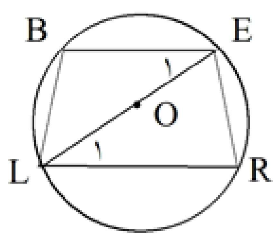
$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=۱۴۰ \\ x-y=۱۰۰ \end{cases} \Rightarrow x=۱۲۰ \ (۰/۲۵), \ y=۲۰ \ (۰/۲۵)$$

ب) $MA \times MA' = MB \times MB'$ ۰/۲۵ $\Rightarrow z(z+۲۶) = ۹\times۴۰ \Rightarrow z^{۲}+۲۶z-۳۶۰=۰$ ۰/۵

$\Rightarrow (z+۳۶)(z-۱۰)=۰ \Rightarrow z=-۳۶$ غقق , $z=۱۰$ قق ۰/۲۵

۴ از E به L وصل می‌کنیم. با توجه به رابطه‌ی $BL = ER$ نتیجه می‌گیریم $\widehat{BL} = \widehat{ER}$. داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{E}_۱ = \frac{\widehat{BL}}{۲} \ \text{زاویه ی محاطی} \\ \widehat{L}_۱ = \frac{\widehat{ER}}{۲} \ \text{زاویه ی محاطی} \end{array}\right\} \xrightarrow{\widehat{BL}=\widehat{ER}} \widehat{E}_۱ = \widehat{L}_۱ \xrightarrow[\text{موازی و مورب}]{\text{عکس قضیه ی خطوط}} BE \parallel LR$$



۵

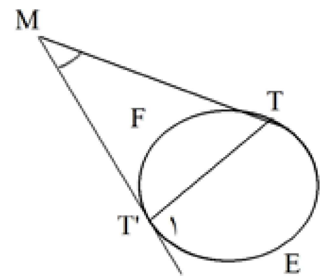
$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BC}-\widehat{DE}}{۲} \Rightarrow ۲۰ = \frac{x-y}{۲} \Rightarrow x-y=۴۰^\circ$$

$$\widehat{O} = \frac{\widehat{BC}+\widehat{DE}}{۲} \Rightarrow ۸۰ = \frac{x+y}{۲} \Rightarrow x+y=۱۶۰^\circ$$

$$\begin{cases} x-y=۴۰^\circ \\ x+y=۱۶۰^\circ \end{cases} \xrightarrow{+} ۲x=۲۰۰ \Rightarrow x=۱۰۰^\circ, y=۶۰^\circ$$

۶ $\widehat{M}=\dfrac{\widehat{AT}-\widehat{BT}}{۲}\Rightarrow ۴۵=\dfrac{۲۰۰-a}{۲}\Rightarrow a=۱۱۰^\circ$

۷ از T به T' وصل می‌کنیم.



$$\left.\begin{array}{r}\text{زاویه ی خارجی}\ \widehat{T}'_۱=\widehat{M}+\widehat{T}\Rightarrow\widehat{M}=\widehat{T}'_۱-\widehat{T}\\ \text{زاویه ی ظلی}\ \widehat{T}'_۱=\frac{\widehat{TET}'}{۲}\\ \text{زاویه ی ظلی}\ \widehat{T}=\frac{\widehat{TFT}'}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\widehat{M}=\dfrac{\widehat{TET}'-\widehat{TFT}'}{۲}$$

۸ از R به C وصل می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{RCQ}$ داریم:

$$\left.\begin{array}{r}RQ^۲+CQ^۲=RC^۲\\ RQ=CQ\end{array}\right\}\Rightarrow ۲CQ^۲=(\sqrt{۲})^۲\Rightarrow CQ^۲=۱\Rightarrow CQ=۱$$

پس $DQ=۱$ و $CD=۲$. (توجه کنید که اگر از مرکز دایره به وتری از آن عمود کنیم آن وتر نصف می‌شود.)

۹ الف)
$$\left.\begin{array}{r}OT=OT'\\ \widehat{T}=\widehat{T}'=۹۰\\ OM=OM\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}}\overset{\triangle}{OMT}\cong\overset{\triangle}{OMT}'\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\widehat{M}_۱=\widehat{M}_۲\\ \widehat{O}_۱=\widehat{O}_۲\end{array}\right.\Rightarrow \text{OM نیمساز است}$$

ب) مثلث $\overset{\triangle}{OTT'}$ متساوی‌الساقین است. از طرفی OM نیمساز زاویه‌ی O می‌باشد. پس OM عمودمنصف TT' است.
زیرا در مثلث متساوی‌الساقین نیمساز زاویه‌ی رأس، عمودمنصف قاعده است.

پ) دو مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{OTM},\overset{\triangle}{OTH}$ را در نظر می‌گیریم.

$$\left.\begin{array}{r}\widehat{O}_۱=\widehat{O}_۱\\ \widehat{H}_۱=\widehat{T}=۹۰^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow\overset{\triangle}{OTH}\sim\overset{\triangle}{OTM}\Rightarrow\dfrac{OH}{OT}=\dfrac{OT}{OM}\Rightarrow OT^۲=OH.OM\Rightarrow R^۲=OH.OM$$

۱۰ AP طول ضلع هشت ضلعی منتظم محاط در دایره است.

$$\overset{\triangle}{AMP}:AP^۲=AM^۲+MP^۲$$
$$AP^۲=\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲+\left(۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲$$
$$AP^۲=\tfrac{۱}{۲}+۱+\tfrac{۱}{۲}-\sqrt{۲}\Rightarrow AP^۲=۲-\sqrt{۲}\Rightarrow AP=\sqrt{۲-\sqrt{۲}}$$