

زمان آزمون : ۱۵ دقیقه

شماره پشتیبانی تلگرام : ۰۹۰۳-۴۲۶-۱۹۹۶

آکادمی دکتر اکبری Akbari.ir

نوع آزمون : تشریحی

پایه : دوازدهم تجربی

درس : ریاضی

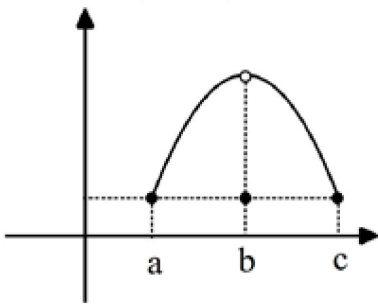
فصل : پنجم

۱) فاصله نقاط بحرانی تابع  $f(x) = x^3 - 3x + 5$  را به دست آورید.

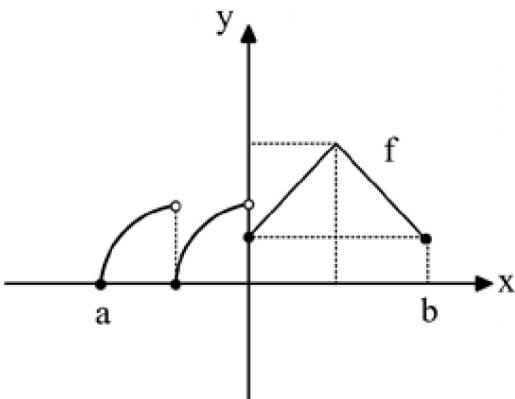
۲) ضرایب ثابت  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه  $f(x) = 2x^3 + ax + b$  در  $(-1, 7)$  یک اکسترمم نسبی داشته باشد.

۳) ضرایب ثابت  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + 2ax + b$  در  $(-1, 4)$  یک اکسترمم نسبی داشته باشند.

۴) در شکل زیر همه ماکزیمم یا مینیمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.



۵) شکل مقابل نمودار تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$  است. تعداد نقاط اکسترمم نسبی  $f$  و ماکزیمم یا مینیمم نسبی بودن آن را مشخص کنید.



۶) الف) تابع  $y = (x + 1)^3$  را رسم کنید.  
ب) مختصات نقطه بحرانی را مشخص کنید.  
ج) آیا این نقطه بحرانی، اکسترمم نسبی است؟

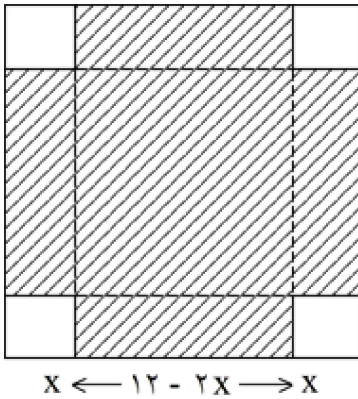
۷ دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

۸ نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

۹ یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.

۱۰ می‌خواهیم از یک قطعه ورقه فلزی مربعی شکل که طول هر ضلع آن ۱۲ سانتی‌متر است یک جعبه در باز بسازیم به گونه‌ای که از گوشه‌های آن مربع‌های کوچکی بریده و صفحه را در راستای خطوط تا کنیم (شکل روبه‌رو). حجم بزرگترین جعبه‌ای را که بدین گونه ساخته می‌شود بیابید.



$$f(x) = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 - 3 + 5 = 3 \Rightarrow A(1, 3)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -1 + 3 + 5 = 7 \Rightarrow B(-1, 7)$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$AB = 2\sqrt{5}$$

$$(-1, 7) \Rightarrow 2(-1)^2 + a(-1) + b = 7 \Rightarrow -2 - a + b = 7 \Rightarrow -a + b = 9$$

$$f'(x) = 6x^2 + a \xrightarrow{x=-1} 6(-1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -6$$

$$\Rightarrow -(-6) + b = 9 \Rightarrow 6 + b = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$(-1, 4) \Rightarrow (-1)^2 + 2a(-1) + b = 4 \Rightarrow -1 - 2a + b = 4 \Rightarrow -2a + b = 5$$

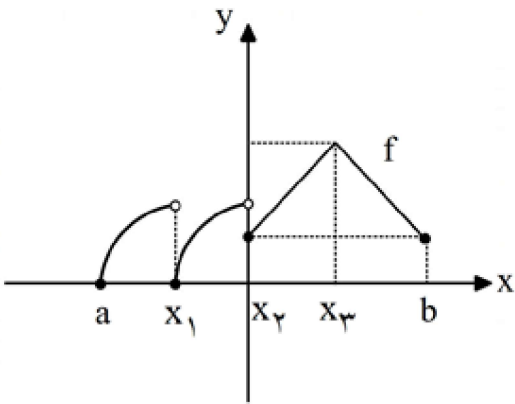
$$f'(x) = 2x^2 + 2a \xrightarrow{x=-1} 2(-1)^2 + 2a = 0 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -2\left(-\frac{3}{2}\right) + b = 5 \Rightarrow 3 + b = 5 \Rightarrow b = 2$$

$a$  : مینیمم مطلق

$b$  : مینیمم مطلق و نسبی

$c$  : مینیمم مطلق

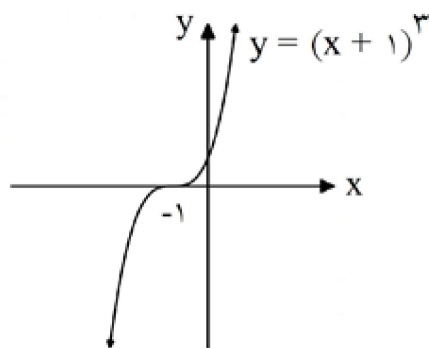
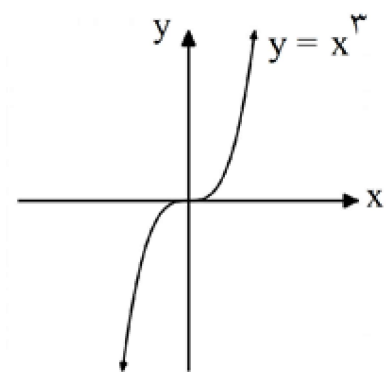


سه نقطه  $x_1, x_2, x_3$  اکسترمم نسبی تابع هستند.

$x_1$  : مینیمم نسبی

$x_2$  : مینیمم نسبی

$x_3$  : ماکزیمم نسبی



ب)

$$y' = 3(x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A(-1, 0)$$

نقطه  $A(-1, 0)$  نقطه بحرانی تابع  $y = (x + 1)^3$  است.

ج)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	↗		↗

نقطه  $A(-1, 0)$  نقطه اکسترمم نسبی تابع نیست. زیرا علامت مشتق در اطراف نقطه A تغییر نمی‌کند.

$$x - y = 4 \Rightarrow x = 4 + y$$

$$s = xy = (4 + y)y = y^2 + 4y$$

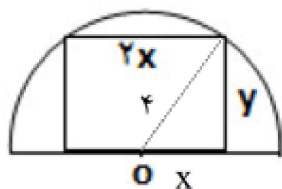
$$s' = 2y + 4 = 0 \quad \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

۷

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	0	+	-
f	↘		↗	↘
		-16	11	
		Min	Max	

۸



$$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2})$$

$$S'(x) = \frac{32 - 2x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{4}, y = \sqrt{4}$$

۹

طول  $2\sqrt{4}$  و عرض  $\sqrt{4}$  است.

$$V = x(12 - 2x) \Rightarrow V' = (12 - 2x)' - 2x(12 - 2x)'$$

$$V' = (12 - 2x)(-2) - 2x(-2)$$

$$V' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow V = 12 \cdot 2 \\ x = 6 \Rightarrow V = 0 \end{cases} \Rightarrow V_{\max} = 12 \cdot 2$$

